Vérification expérimentale de la loi de Boyle-Mariotte

ÉNONCÉ

Un volume V_1 d'air est enfermé dans une seringue graduée en millilitres et reliée à un pressiomètre qui affiche la pression $p_1 = 1\,012$ hPa. Le piston est à ce moment sur la graduation 20. Il est ensuite poussé jusqu'à la graduation 14. Le volume de l'air enfermé est alors V_2 **(figure ci-contre)**. Le pressiomètre affiche alors la pression $p_2 = 1\,543$ hPa.

1 Calculer p_1V_1 et p_2V_2. Les résultats seront exprimés en unités du système international, en respectant la règle des chiffres significatifs. **Aide 1**

2 D'après la loi de Boyle-Mariotte vue en Seconde, le produit pV devrait être constant lors d'une telle expérience. Cette loi semble-t-elle vérifiée ?

3 Estimer l'incertitude ΔV de la mesure des volumes et écrire les résultats des mesures pour le volume V_1 et le volume V_2, assortis de leur incertitude. **Aide 2**

4 La notice du pressiomètre indique « Précision : ± (2 % de la valeur lue + 4 hPa) ». À l'aide de ces indications, calculer les incertitudes Δp_1 et Δp_2 associées aux mesures de p_1 et p_2. Écrire les résultats des mesures de p_1 et p_2 assortis de leurs incertitudes.

5 Sachant que l'incertitude relative sur le produit pV est donné par la relation : $\dfrac{\Delta(pV)}{pV} = \dfrac{\Delta p}{p} + \dfrac{\Delta V}{V}$, déterminer les incertitudes relatives aux valeurs de p_1V_1 et de p_2V_2. **Aide 3**

6 Écrire enfin les intervalles de confiance de p_1V_1 et de p_2V_2. Finalement, ces mesures sont-elles compatibles avec la loi de Boyle-Mariotte ? **Aide 4**

Aides & Méthodes

1 Les unités du système international sont le pascal pour la pression et le mètre cube pour les volumes.

2 L'incertitude de lecture avec un instrument analogique est, par convention, d'une demi-unité de graduation.

3 Attention, l'usage fait que les incertitudes relatives (ou absolues) ne sont données, la plupart du temps, qu'avec un seul chiffre significatif.

4 Le cheminement est le suivant : de l'incertitude relative sur les produits pV, déduire les bornes de leur intervalle de confiance en reprenant les valeurs données dans l'énoncé et non la réponse à la question 1.

RÉSOLUTION

1 En unités du système international :

$$p_1V_1 = 1\,012.10^2 \times 20.10^{-6} = 2{,}0 \text{ Pa.m}^3$$
$$p_2V_2 = 1\,543.10^2 \times 14.10^{-6} = 2{,}2 \text{ Pa.m}^3.$$

2 Les résultats, simplement fournis ainsi avec leurs chiffres significatifs, ne sont pas égaux. La loi de Boyle-Mariotte semble donc ne pas être vérifiée.

3 La seringue est graduée en millilitres. L'incertitude de mesure des volumes est donc une demi-graduation, soit $\Delta V = 0{,}5$ mL. Les mesures s'écrivent donc :

$$V_1 = 20{,}0 \text{ mL} \pm 0{,}5 \text{ mL} \quad \text{et} \quad V_2 = 14{,}0 \text{ mL} \pm 0{,}5 \text{ mL}.$$

4 D'après la notice du pressiomètre :

$\Delta p_1 = 1\,012 \times 0{,}02 + 4 = 24$ hPa ; $\Delta p_2 = 1\,543 \times 0{,}02 + 4 = 35$ hPa.

Les résultats de mesure s'écrivent alors :

$$p_1 = 1\,012 \text{ hPa} \pm 24 \text{ hPa} \quad \text{et} \quad p_2 = 1\,579 \text{ hPa} \pm 35 \text{ hPa}.$$

5 Les incertitudes relatives sur les quatre grandeurs sont :

- $\dfrac{\Delta V_1}{V_1} = 3$ %
- $\dfrac{\Delta V_2}{V_2} = 4$ %
- $\dfrac{\Delta p_1}{p_1} = 2$ %
- $\dfrac{\Delta p_2}{p_2} = 2$ %

Les incertitudes relatives sur les produits sont :

$$\frac{\Delta(p_1V_1)}{p_1V_1} = \frac{\Delta p_1}{p_1} + \frac{\Delta V_1}{V_1} = 5\ \% \quad \text{et} \quad \frac{\Delta(p_2V_2)}{p_2V_2} = \frac{\Delta p_2}{p_2} + \frac{\Delta V_2}{V_2} = 6\ \%.$$

6 Finalement, les résultats des calculs se trouvent dans les encadrements suivants :

$$0{,}95 \times 1\,012.10^2 \times 20.10^{-6} \leq p_1V_1 \leq 1{,}05 \times 1\,012.10^2 \times 20.10^{-6}$$

soit $1{,}9 \text{ Pa.m}^3 \leq p_1V_1 \leq 2{,}1 \text{ Pa.m}^3$.

$$0{,}94 \times 1543.10^2 \times 14.10^{-6} \leq p_2V_2 \leq 1{,}06 \times 1543.10^2 \times 14.10^{-6}$$

soit $2{,}0 \text{ Pa.m}^3 \leq p_2V_2 \leq 2{,}3 \text{ Pa.m}^3$.

Comme ces plages de valeurs se recouvrent, ces mesures sont compatibles avec la loi de Boyle-Mariotte.

Corrigé de l'exercice: Incertitude sur une énergie cinétique

1. La valeur moyenne de m est: (1100+1200)/2 = 1150kg
L'incertitude sur cette valeur moyenne est: 1200-1150 = 1150-1100 = 50kg
Le résultat du mesurage de m est: m = 1150 ± 50 kg

Remarque: il ne faut conserver qu'un chiffre significatif sur l'incertitude, donc 5.10^1 kg
et ne pas faire apparaitre les chiffres non significatifs dans le résultat donc $\mathbf{m = 115.10^1 \pm 5.10^1}$ **kg**
ou **m = 115 ± 5** en $\mathbf{10^1}$ **kg**

2. vitesse $V = 87\text{km.h}^{-1} = \dfrac{87\text{km}}{1\text{h}} = \dfrac{87.10^3\text{m}}{3{,}6.10^3\text{s}} = \dfrac{87}{3{,}6} = \mathbf{24\ m.s^{-1}}$ en conservant 2 chiffres significatifs

comme dans la donnée de l'énoncé.

L'incertitude absolue est égale à 2% de V soit 24 x 2 / 100 = 0,48 arrondi à $\mathbf{0{,}5\ m.s^{-1}}$

Le résultat du mesurage de V est donc: $\mathbf{V = 24{,}0 \pm 0{,}5\ m.s^{-1}}$

Remarque: l'énoncé aurait dû donner la valeur de V avec 3 chiffres significatifs puisque l'incertitude relative n'est que de 2% !

3. $\mathbf{Ec} = \frac{1}{2}\,m.V^2 = \frac{1}{2} \times 115.10^1 \times (24{,}0)^2 = \mathbf{331.10^3\ J}$

4. $\dfrac{\Delta Ec}{Ec} = \dfrac{\Delta m}{m} + 2 \times \dfrac{\Delta V}{V}$ avec $\dfrac{\Delta V}{V} = 0{,}02$ soit 2% d'après l'énoncé et $\dfrac{\Delta m}{m} = \dfrac{5}{115} = 0{,}05$

$\dfrac{\Delta Ec}{Ec} = 0{,}05 + 0{,}04 = \mathbf{0{,}09}$ est donc l'**incertitude relative** sur la connaissance de Ec.

5. $Ec = 331.10^3$ J donc $\Delta Ec = 331.10^3 \times 0{,}09 = 3.10^4$ J

Il faut donc écrire le résultat de ce calcul d'énergie cinétique du véhicule: $\mathbf{Ec = 33.10^4 \pm 3.10^4\ J}$
La valeur réelle de Ec est comprise entre 30.10^4 J et 36.10^4 J

Aide à la résolution de l'exercice: Réponses acceptables au baccalauréat

Il faut prendre en compte dans le barème :

- la compatibilité du résultat trouvé par l'élève avec celui trouvé par le prof: le résultat pour la détermination de la concentration C doit être compris entre 18 et 22 mmol.L^{-1}
- l'incertitude proposée par l'élève doit être voisine de 2 mmol.L^{-1}
  pénaliser les résultats sans incertitude
- l'unité doit apparaitre dans le résultat
- la cohérence entre l'incertitude proposée et le nombre de chiffres significatifs du résultat.